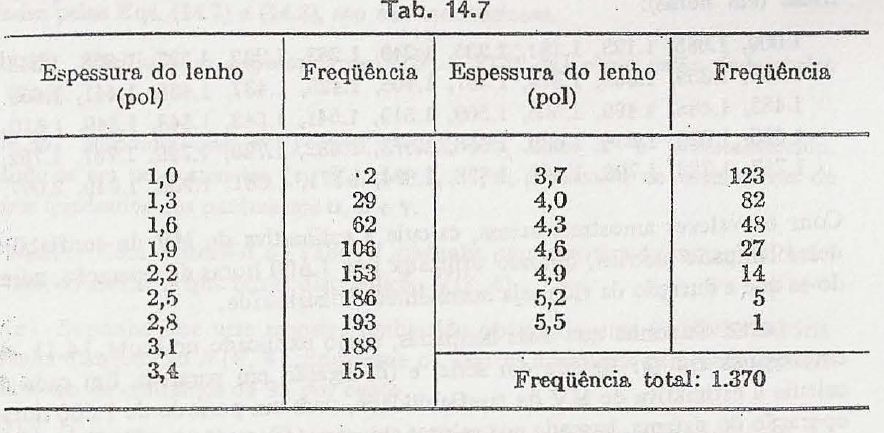
**Livro: Probabilidade - Aplicações à Estatística – Paul L. Meyer**

**Capitulo 14 – Estimação de Parâmetros.**

**Problemas**

1. Suponha-se que um objeto seja mensurado independentemente com dois diferentes dispositivos de mensuração. Sejam e os comprimentos medidos pelo primeiro e segundo dispositivos, respectivamente. Se ambos os dispositivos estiverem calibrados corretamente, poderemos admitir que , o comprimento verdadeiro. No entanto, a precisão dos dispositivos não é necessariamente a mesma. Se avaliarmos a precisão em termos da variância, então . Se empregarmos a combinação linear para nossa estimativa de , teremos imediatamente que , isto é, será uma estimativa não-tendenciosa de . Para qual valor escolhido de , , a variância de será um mínimo?
2. Seja uma variável aleatória com expectância e variância . Seja uma amostra de . Existem muitas outras estimativas de que se podem sugerir além daquela apresentada anteriormente. Verifique que constitui uma estimativa não-tendenciosa de , para uma escolha adequada de . Determine aquele valor de .
3. Suponha que 200 observações independentes sejam obtidas de uma variável aleatória . Sabe-se que e que . Empregando esses valores, Calcule uma estimativa não-tendenciosa de e de .
4. Uma variável aleatória tem fdp .
   1. Calcule a estimativa de MV de , baseada numa amostra .
   2. Calcule a estimativa quando os valores amostrais forem: .
5. Os dados da Tab. 14.7 foram obtidos para a distribuição da espessura do lenho em postes telefônicos. (W. A. Shewhart, Economic Control of Quality of Manufactured Productz, Macmillan and Co., New York, 1932, Pág. 66.) Admitindo-se que a variável aleatória em estudo tenha distribuição , determine as estimativas de MV de e .



1. Suponha que , a duração até falhar (em horas) de dispositivo eletrônico, tenha a seguinte fdp:

( tem uma distribuição exponencial truncada à esquerda de .) Suponha que itens sejam ensaiados e as durações até falhar sejam registradas.

* 1. Supondo que seja conhecido, determine a estimativa de MV de .
  2. Supondo que seja desconhecido, mas seja conhecido, determine a estimativa de MV de .

1. Considere a mesma lei de falhas apresentada no Probl. 14.6. Agora, itens são ensaiados até horas , e o número de itens que falhem nesse período é registrado, digamos . Responda à pergunta (a) do Probl. 14.6.
2. Suponha que seja uniformemente distribuído sobre . Determine a estimativa de MV de , baseada em uma amostra de tamanho :
3. 1. Um procedimento é realizado até que um particular evento A ocorra pela primeira vez. Em cada repetição, ; suponha que sejam necessárias repetições. Depois, esse experimento é repetido e, agora, repetições são necessária para produzir-se o evento A. Se isso for feito vezes, obteremos a amostra . Baseando-se nessa amostra, determine a estimativa de MV de .
   2. Admita que seja bastante grande. Determine o valor aproximado de e , onde é a estimativa de MV obtida em (a).
4. Testou-se um componente que se supõe ter uma distribuição de falhas exponencial. Foram observadas as seguintes durações de vida (em horas); 108, 212, 174, 130, 198, 169, 252, 168, 143. Empregando esses valores amostrais, calcule a estimativa de MV da confiabilidade desse componente, quando utilizado por um período de 150 horas.
5. Os seguintes dados representam a duração da vida de lâmpadas elétricas (em horas):

1009, 1085, 1123, 1181, 1235, 1249, 1263, 1292, 1327, 1338, 1348

1352, 1359, 1368, 1379, 1397, 1406, 1425, 1437, 1438, 1441, 1458

1483, 1488, 1499, 1505, 1509, 1519, 1541, 1543, 1548, 1549, 1610

1620, 1625, 1638, 1639, 1658, 1673, 1682, 1720, 1729, 1737, 1752,

1757, 1783, 1796, 1809, 1828, 1834, 1871, 1881, 1936, 1949, 2007.

Com os valores amostrais acima, calcule a estimativa de MV da confiabilidade dessa lâmpada elétrica, quando utilizada por 1600 horas de operação, admitindo-se que a duração da vida seja normalmente distribuída.

1. Suponha que duas lâmpadas, como explicado no Probl. 14.11, sejam empregadas em (a) ligação em série, e (b) ligação em paralelo. Em cada calcule a estimativa de MV da confiabilidade, para um período de 1600 horas operação do sistema, baseada nos valores amostrais fornecidos no Probl. 14.11.
2. Suponhamos que partículas sejam emitidas por uma fonte radioativa, de acordo com uma distribuição de Poisson. Isto é, se for o número de partículas emitidas durante um intervalo de minutos, então Em lugar de registrar-se o número real de partículas emitidas, suponha-se que registremos o número de vezes em que nenhuma partícula foi emitida. Especificamente, suponhamos que 30 fontes radioativas de mesma potência, sejam observadas durante um período de 50 segundos e que em 25 dos casos ao menos uma partícula tenha sido emitida. Determine a estimativa de MV de , baseada nessa informação.
3. Uma variável aleatória tem distribuição . Tomam-se vinte observações de , mas em vez de se registrar o valor real, somente anotamos se era ou não era negativo. Suponha que o evento tenha ocorrido exatamente 14 vezes. Utilizando essa informação, determine a estimativa de MV de .
4. Suponha que tenha uma distribuição gama; isto é, sua fdp seja dada por

Suponha que seja conhecido, e seja uma amostra de . Determine a estimativa de MV de , baseada nessa amostra.

1. Suponha que tenha uma distribuição de Weibull, com fdp

Suponha que seja conhecido. Determine a estimativa MV de ,baseada em uma amostra de tamanho .

1. Demostre o Teor. 14.3. [Sugestão: Veja o Comentário (a), que se segue a esse teorema.]
2. Compare o valor de , onde tem distribuição, , com , onde tem distribuição de Student com: a) 5gl., b) 10gl., c) 15gl., d) 20gl, e) 25gl.
3. Suponha que tenha distribuição . Uma amostra de tamanho 30, digamos , fornece os seguintes valores: . Determine um intervalo de confiança de 95% (bilateral) para .
4. Suponha que tenha distribuição . Uma amostra de tamanho 25 fornece a média amostral . Determine um intervalo de confiança de 99 por cento (bilateral) para .
5. Suponha que a duração da vida de um componente seja normalmente distribuída, . Vinte componentes são ensaiados e suas durações até falhar são registradas. Suponha que . Determine um intervalo de confiança de 99 por cento (bilateral) para a confiabilidade .
6. Determine um intervalo de confiança de 99 por cento, unilateral inferior para do Probl. 14.21.
7. Suponha que tenha distribuição , onde e são desconhecidos. Uma amostra de tamanho 15 forneceu os valores e . Determine um intervalo de confiança de 95 por cento. (bilateral) para .
8. Uma centena de componentes foi ensaiada, e 93 deles funcionaram mais de 500 horas. Determine um intervalo de confiança de 95 por cento (bilateral) para [Sugestão: Empregue a Eq. (14.12).]
9. Suponha que·, o comprimento de um parafuso, tenha distribuição . Um grande número de parafusos é fabricado e depois separado em duas grandes reservas. A reserva 1 contém somente aqueles parafusos para os quais , enquanto a reserva 2 contém todos os demais. Uma amostra de tamanho é tirada da reserva 1 e os comprimentos dos parafusos escolhidos são medidos. Obtém-se, assim, uma amostra da variável aleatória , que é normalmente distribuída, truncada à esquerda de 5. Escreva a equação a ser resolvida a fim de se obter a estimativa de MV de , baseada na amostra em termos das funções tabuladas de e , onde e é a fd da distribuição .
10. (Distribuição de .) Sejam e variáveis aleatórias independentes, tendo distribuições e respectivamente. Seja a variável aleatória definida da seguinte maneira: . (Esta variável aleatória desempenha importante papel em muitas aplicações estatísticas.) Verifique que a fdp de é dada pela seguinte expressão:

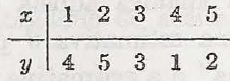
[Esta é a denominada distribuição de F (de Snedecor), com graus de liberdade. Em virtude de sua importância, probabilidades associadas à variável aleatória foram tabuladas.] (Sugestão: Para deduzir a fdp acima, empregue Teor. 6.5.)

De acordo com o Teorema 6.5 PLM (130)

1. Esboce o gráfico da fdp , como está apresentada no Probl. 14.26 supondo que .



1. Um dos motivos da importância da distribuição de é o seguinte: Suponha que e sejam variáveis aleatórias independentes com e , respectivamente. Sejam e amostras aleatórias de e , respectivamente. Então a estatística tem distribuição , para uma escolha apropriada de . Verifique isso e determine C. Quais são os graus de liberdade associados a esta distribuição?
2. Suponha que a variável aleatória tenha distribuição de de Student, com 1 grau de liberdade. Qual será a distribuição de ? Identifique-a.
3. Suponha que seja normalmente distribuída. Uma amostra aleatória de tamanho 4 é obtida e , a média amostral, é calculada. Se a soma dos quadrados dos desvios dessas 4 medidas em relação a for igual a 48, estabeleça um intervalo de confiança de 95 por cento (bilateral) para em termos de .
4. A seguinte amostra de tamanho 5 foi obtida da variável bidimensional . Utilizando esses valores, calcule o coeficiente de correlação amostral.



1. Suponha que . Uma amostra de tamanho 50 está disponível, digamos para a qual e .
   1. Determine as estimativas de mínimos quadrados dos parâmetros e , a saber e .
   2. Qual é o valor do mínimo da soma de quadrados ?
2. Pode-se supor (erroneamente) que uma estimativa não tendenciosa possa sempre ser encontrada para um parâmetro desconhecido. Isso não é verdade, como está ilustrado pelo seguinte exemplo. Suponha que repetições de um experimento sejam realizadas e um particular evento A ocorra precisamente vezes. Se tivermos formulado a hipótese de uma probabilidade constante , de que A ocorra quando o experimento for realizado, poderemos estar interessados na estimação da razão . Para verificar que nenhuma estimativa não tendenciosa de existe [baseada na observação de resultados , e resultados ], suponha-se que, de fato, essa estimativa exista. Isto é, suponha-se que seja uma estatística para a qual . Especificamente, suponha-se que , e, portanto, . Denotem-se os três valores correspondentes de por , e . Verifique que conduz a uma contradição, observando-se o que acontece ao primeiro e ao segundo membros dessa equação, quando .
3. Verifique que as estimativas de mínimos quadrados e , tal como dadas pelas Eqs. (14.7) e (14.8), são não-tendenciosas.
4. Verifique as expressões de e tal como estão dadas pelas Eqs. (14.9).
5. Suponha que , onde é preestabelecido. Baseado em uma amostra , determine as estimativas de mínimos quadrados dos parâmetros .
6. Com o auxílio da Tábua 7, obtenha uma amostra de tamanho 20 de variável aleatória que tenha distribuição .
   1. Suponha que essa amostra tenha sido obtida de uma variável aleatória tenha distribuição. Empregue os valores amostrais para obter para um intervalo de confiança de 95 por cento.
   2. O mesmo que em (a), admitindo, porém, que a amostra provenha de distribuição , com desconhecido.
   3. Compare os comprimentos dos intervalos de confiança em (a) e (b) comente o resultado.

A diferença se deve a diferença nas áreas sob as curvas normais e T de Student.